Prof. Dr. Alfred Toth

Einführung in die spurentheoretische Semiotik

1. Während die Minimalbedingungen für eine (algebraische) Kategorie ein Element aus einer Domäne, ein Element aus einer Codomäne genannten Menge sowie eine Morphismus genannte Abbildung zwischen beiden Elementen sind (Schubert 1970)

$Cat = (a \in A, b \in B, \rightarrow)$,

benötigt man für eine Spur lediglich ein irgendwie geartetes mathematisches Objekt sowie eine „Richtung" (Toth 2010)

$Sp = (x \in X, \rightarrow)$.

Spuren sind damit nichts anderes als gerichtete Objekte, wobei sie kraft ihrer Richtungsangaben „reduzierte Abbildungen" und damit natürlich Zeichen sind. Im Gegensatz zu Zeichen als nicht-reduzierten Abbildungen sind bei Spuren die Abbildungen jedoch mehrfach-eindeutig. Es ist also nicht ganz korrekt zu sagen, jede Spur sei eine Kategorie; dies trifft nur dann zu, wenn die Abbildung einfach-eindeutig, also ein Grenzfall, ist. Beim Übergang von einer Spur zu einer Kategorie geht daher die immanente Mehrdeutigkeit der Spur zu Gunsten der mathematischen Eindeutigkeit verloren; umgekehrt tritt beim Übergang von einer Kategorie auf eine Spur mit dem Verlust der mathematischen Eindeutigkeit eine Erweiterung des semiotischen Referenzspektrums ein.

2. Betrachtet man die Spur jedoch als Reduktion einer Kategorie bzw. die Kategorie als Erweiterung einer Spur, dann kann man die Spur wie folgt definieren

$Sp = (x \in X, y \in Y, \rightarrow, \leftarrow)$.

Man kann dann X = A (Domäne) und y = B (Codomäne) setzten, wobei sowohl X als auch Y als auch beide Mengen leer sein dürfen. Um die Spur aber weiterhin von einer Kategorie zu unterscheiden, muss in diesem Fall jedoch zusätzlich die inverse Richtung eingeführt werden. Im einzelnen betrachten wir also folgende 6 Gruddtypen:

$a_i\rightarrow$, $a_i\leftarrow$; $a_{i\rightarrow}$, $a_{i\leftarrow}$; $a_{i\rightarrow}\rightarrow$, $a_{i\leftarrow}\leftarrow$,

mit $a \in \{\varnothing., 1., 2., 3.\}$, $i \in \{.\varnothing, .1, .2, .3\}$.

Wenn also i = ∅ ist, dann haben wir einfache Spuren (a = 1./.1, a = 2./.2, a = 3./.3), wenn i ≠ ∅, dann sprechen wir von zusammengesetzten Spuren. Wegen 0 können Spuren also z.B. in den Gestalten $a_{\varnothing\rightarrow}/a_{\varnothing\leftarrow}$; $\varnothing_{i\rightarrow}/\varnothing_{i\leftarrow}$, jedoch auch als $\varnothing(\rightarrow)_{\varnothing(\rightarrow)}/\varnothing(\rightarrow)_{\varnothing(\leftarrow)}$ auftreten.

Da jede Spur in 6 Grundtypen auftreten kann und es 4 x 4 = 16 kombinatorische Möglichkeiten für jeden Grundtyp gibt, gibt es also total 6 x 16 = **96 Typen von Spuren**.

3.1. Da somit jedes Primzeichen in der von Bense (1980) gegebenen Definition des Zeichens als einer Primzeichenrelation

ZR = (.1., .2., .3.)

in total 96 Typen von Spuren auftreten kann, ergibt sich bereits für ZR eine Menge von 3 x 96 = **288 monadischen Spurentypen**.

3.2. Da jedes Subzeichen ein kartesisches Produkt zweier Primzeichen darstellt und da es in der kleinen semiotischen Matrix 9 Subzeichen gibt, bekommen wir 9 x 96^2 = **82´944 dyadische Spurentypen**.

3.3. Da jede Zeichenrelation aus 3 Subzeichen besteht und es 27 bzw. 10 Zeichenrelationen gibt (je nachdem, ob man die Inklusionsordnung a ≤ b ≤ c auf (3.a 2.b 1.c) anerkennt oder nicht), haben wir 27/10 x 96^3 = 23´887´872 / 8´847´360, und dies natürlich sowohl im Teilsystem der Zeichen-klassen sowie der Realitätsthematiken, d.h. wir haben **47´775´744 / 17´694´720 triadische Spurentypen**, d.h. also auch dann, falls man nur die sog. Peirceschen Zeichenklassen akzeptiert, haben wir über 17 Millionen Möglichkeiten, ein Objekt als Spur eines Zeichens mathematisch mit Hilfe der hier eingeführten Spurentheorie zu analysieren.

3.2. Da in der von Bense (1975, S. 105) eingeführten Grossen Matrix die Basiseinheit, d.h. das „Subzeichen", ein kartesisches Produkt zweier Subzeichen der kleinen Matrix ist und daher die Form

F = ((a.b) (c.d))

hat, ist also die Menge aller F gleich der Menge aller dyadischen Kombinationen(a.b) x (c.d), d.h.

{F} = {(a.b) (c.d)}

und beträgt bereits 96^2 = 9´216 dyadische Kombinationen. Wenn wir kleinere „clusters" überspringen, haben wir also bei 729 Zeichenklassen (Steffen 1980)

729 x ((96^2) x (96^2) x (96^2)) = 729 x 782´757´789´696,

und d.h. **über 1 Billiarde wohlunterscheidbarer semiotischer Spuren** als Analyse-modell.

4. Ersetzt man jedoch die mengentheoretische ZF-Definition des Zeichens

ZR = (M, O, I)

durch die AFA-Definition (vgl. Acel 1988)

ZR* = {M, {M, O}, {M, O, I}},

die genau der von Bense (1979, S. 53, 67) gegebenen selbstenthaltenden und daher zirkulären Zeichendefnition entspricht dann reduzieren sich die Zahlen in der grossen Matrix auf 10 x 96 = 960 M-Bezüge, auf 10 x 96^2 = 92´160 (M-O)-Bezüge, und auf 8´847´360 (M-O-I)-Bezüge.

Bei der kleinen Matrix bleibt natürlich alles beim Alten, ausser, dass sich mit der Matrix auch die kartesischen Produkte, d.h. die Subzeichen, wie folgt verändern:

	M	{M, O}	{M, O, I}
M	MM	M{M, O}	M{M, O, I}
{M, O}	{M, O}M	{M, O}{M, O}	{M, O} {M, O, I}
{M, O, I}	{M, O, I}M	{M, O, I}{M, O}	{M, O, I}{M, O, I}

Die Bildung von AFA-Zeichenklassen funktioniert dann wie folgt:

Zkl = {{M, O, I}.a, {M, O}.b, M.c}

mit a, b, c $\in$ {M, {M, O}, {M, O, I} und a $\leq$ b $\leq$ c (denn hier gilt natürlich {M, O, I} $\not\subset$ {M, O} $\not\subset$ M).

Bibliographie

Aczel, Peter, Non well-founded Sets,. Cambridge 1988

Bense, Max, Die Einführung der Primzechen. In: Ars Semeiotica 3, 1980

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Schubert, Horst, Kategorien I. Heidelberg 1970

Steffen, Werner, Der Iterationsraum der Grossen Matrix. In: Semiosis 25/26, 1982

Toth, Alfred, Gerichtete Objekte. In: Electronmic Journal of Mathemaical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Gerichtete%20Objekte.pdf

18.8.2010